

УДК 621.86

DOI:

Т.В. Селенская, Е.И. Селенский, Д.М. Ястребов

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЙ КОНСОЛЬНОГО ПОВОРОТНОГО КРАНА, ТЕЛЕЖКИ И ГРУЗА ПРИ РАЗГОНЕ И УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ПРИВОДНЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ

Исследованы движения консольного поворотного крана, тележки и груза как механической системы с четырьмя степенями свободы при разгоне и установившихся режимах работы приводных асинхронных электродвигателей.

Ключевые слова: консольный поворотный кран на колонне, сферический маятник, асинхронный электродвигатель, механическая характеристика, время разгона, установившийся режим.

T.V. Selenskaya, E.I. Selensky, D.M. Yastrebov

MOTION INVESTIGATION OF SWING JIB CRANE, TROLLEY AND LOAD AT ACCELERATION AND STEADY STATE OF DRIVE ELECTROMOTORS OPERATION

In the paper by means of the method of generalized coordinates there is investigated a dynamics of a swing jib crane, a trolley and a load as a mechanical system with four degrees of freedom at acceleration and steady states of driving asynchronous electro-motors taking into account a bilinear approximation of their mechanical characteristics. As generalized coordinates there is chosen an angle of a crane turn round a fixed pivot pin, a current distance from a trolley to a crane rotation axis, load spherical coordinates – azimuth and polar angles in a moving system of coordinates jointed rigidly to a trolley.

For the analysis of the motions of a crane, a trolley and a load and a check-up of the support with motors a crane typical operation with the aid of Lagrange equations of the second kind there are compiled non-linear differential equations of motion of the mechanical system under consideration which are integrated numerically in MathCAD medium by

RADAU5 method at specified initial conditions corresponding to operation requirements. As criteria of crane operation safety, safety of the load movable are accepted: motor acceleration time, maximum accelerations of a trolley, a factor of clutch margin of a trolley running wheel with a rail, maximum deviations of a fluctuating load from the position of a static balance in its motion regarding a trolley.

The developed algorithm and the program of a numerical analysis of a swing jib crane dynamics allow carrying out at the stage of analytical designing a check-up of the correspondence of driving electro-motors to the required criteria of quality and also introducing substantiated limitations for the basic parameters effecting the motion of a trolley with load.

Key words: swing jib crane on column, spherical pendulum, asynchronous electro-motor, mechanical characteristic, acceleration time, steady state.

Движение крана при разгоне и установившихся режимах работы сопровождается сложными динамическими процессами, влияющими на надежность, безопасность эксплуатации, а также на сохранность перемещаемого груза.

В данной статье приведены результаты исследования динамики консольного поворотного крана, тележки и груза при разгоне и установившихся режимах работы приводных асинхронных электродвигателей с учетом их механических характеристик.

Рассматривается вращение консольного поворотного крана, вдоль стрелы которого с номинальной скоростью $v_{ном} = 0,18$ м/с перемещается тележка (таль) массы $M_m = 2$ т, к барабану которой на канате длины $L = 1,5$ м подвешен груз номинальной массы $M_{гр} = 3$ т (рис. 1).

Рассматривается вращение консольного поворотного крана, вдоль стрелы которого с номинальной скоростью $v_{ном} = 0,18$ м/с перемещается тележка (таль) массы $M_m = 2$ т, к барабану которой на канате длины $L = 1,5$ м подвешен груз номинальной массы $M_{гр} = 3$ т (рис. 1).

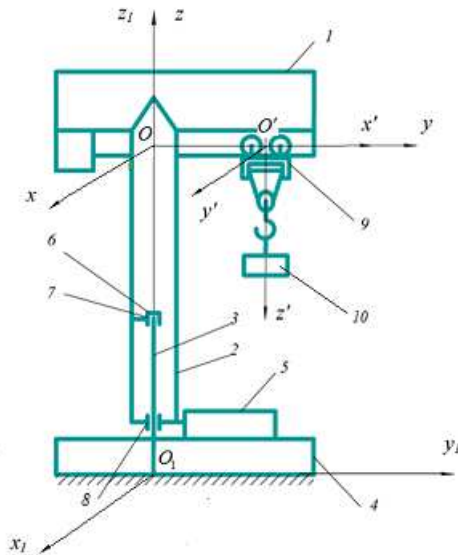


Рис. 1. Кинематическая схема консольного крана на колонне:

- 1 – стрела; 2 - гильза; 3 - колонна;
- 4 - опорная рама; 5 - механизм поворота; 6, 7, 8 - подшипники; 9 – тележка; 10 – груз

Основные технические параметры крана: $h = 3$ м – высота подъема груза; $\lambda = 4$ м – вылет стрелы; $x_{\min} = 0,85$ м – минимальное расстояние от тележки до оси вращения крана; $J_k = 1,37 \cdot 10^5$ кг·м² – момент инерции крана относительно оси вращения z_1 , учитывающий инерционность поворотной части крана (с грузом и противовесом) и инерционность механизма поворота; $\omega_{\text{ном}} = 0,2$ рад/с – номинальная угловая скорость вращения крана.

Кран приводится в движение асинхронным электродвигателем типа 4АС90ЛЕ6 через механическую переда-

чу, общее передаточное число которой $i = 487$. Номинальная мощность электродвигателя $P = 1,7$ кВт, синхронная частота вращения $n_{\text{дс}} = 1000$ об/мин, номинальная частота вращения $n_{\text{дн}} = 930$ об/мин, номинальный момент $M_H = 17,5$ Н·м [1].

Выбор электродвигателя 4АА63А6У3 тележки произведен по требуемой мощности на преодоление сопротивления передвижению тележки при работе с номинальным грузом и КПД редуктора, передаточное число которого $i = 63$. Номинальная мощность электродвигателя 4АА63А6У3 тележки – 0,18 кВт, синхронная частота вращения – 1000 об/мин, номинальная частота вращения – 885 об/мин, номинальный момент – 1,94 Н·м.

Методом обобщенных координат исследуется движение крана, тележки и груза как механической системы с четырьмя степенями свободы. В качестве обобщенных координат выбраны: $q_1 = \varphi$ – угол поворота крана вокруг неподвижной оси z_1 ; $q_2 = y$ – текущее расстояние от тележки до оси вращения z_1 крана; сферические координаты груза $q_3 = \psi$ (азимутальный угол) и $q_4 = \theta$ (полярный угол) в подвижной системе координат $O'x'y'z'$, жестко связанной с тележкой (рис. 1).

Соответствующими обобщенными силами являются

$$Q_1 = M_{\text{дв}}(\omega) - M_{\text{тр}}, \quad Q_2 = F_{\text{дв}}(v) - F_c, \quad Q_3 = 0, \quad Q_4 = -M_{\text{г}} g L \sin \theta.$$

В этих выражениях $M_{\text{дв}}(\omega)$ – зависимость движущего момента крана от угловой скорости $\omega = \dot{\varphi}$ (определена в результате приведения вращающего момента двигателя крана к оси вращения z_1 с учетом КПД механической передачи); $M_{\text{тр}} = 334$ Н·м – момент сил трения в подшипниках колонны крана [1]; $F_{\text{дв}}(v)$

– зависимость движущей силы тележки от скорости $v = \dot{y}$ (движущая сила $F_{\text{дв}}$ равна отношению вращающего момента двигателя тележки, приведенного к оси вращения приводного ходового колеса с учетом КПД редуктора, к радиусу этого колеса); $F_c = 809,3$ Н – сила сопротивления передвижению тележки, учитывающая трение качения ходового колеса по рельсу, трение скольжения в опорах

вала колеса и трение реборд ходовых колес и торцов их ступиц [2].

Кинетическая энергия T механической системы равна сумме кинетических энергий T_k крана, T_m тележки и T_{ep} груза, т.е.

$$T = T_k + T_m + T_{ep}.$$

Кинетическая энергия крана $T_k = \frac{1}{2} J_{z_1} \dot{\phi}^2$, где $J_{z_1} = 6,193 \cdot 10^4$ кг·м² – приведенный к оси вращения z_1 момент инерции крана, учитывающий инерционность поворотной части крана (без груза и тележки), инерционность механизма поворота и вращающихся частей двигателя.

Тележка и груз рассматриваются как материальные точки, участвующие в сложном движении.

Кинетическая энергия тележки определяется по формуле

$$T_m = \frac{1}{2} [M_m y^2 \dot{\phi}^2 + (M_m + M_{np}) \dot{y}^2],$$

где $M_{np} = 441$ кг – приведенная масса, учитывающая маховый момент ротора приводного электродвигателя тележки и

$$T = \frac{1}{2} (J_{z_1} + M y^2 + M_{ep} L^2 \sin^2 \theta + 2M_{ep} L y \sin \theta \cos \psi) \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} (M + M_{np}) \dot{y}^2 + \frac{1}{2} M_{ep} L^2 (\dot{\psi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + M_{ep} L [\dot{y} (\dot{\phi} \sin \theta \sin \psi - \dot{\psi} \sin \theta \sin \psi + \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi) - y \dot{\phi} (\dot{\psi} \sin \theta \cos \psi + \dot{\theta} \cos \theta \sin \psi) - L \dot{\phi} \dot{\psi} \sin^2 \theta],$$

где $M = M_m + M_{ep}$.

Для исследования динамики консольного поворотного крана, тележки и груза и проверки обеспечения двигателями номинального режима работы с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода

кинетическую энергию вращения ее ходовых колес.

Кинетическая энергия груза, представляющего собой в относительном движении сферический маятник, определяется по формуле $T_{ep} = \frac{1}{2} M_{ep} v_a^2$, где v_a – модуль абсолютной скорости \bar{v}_a груза. Вектор абсолютной скорости груза равен $\bar{v}_a = \bar{v}_e + \bar{v}_r$, где \bar{v}_e и \bar{v}_r – переносная и относительная скорости груза. При этом $\bar{v}_e = \bar{v}_a^{(m)} + \bar{\omega} \times \bar{L}$, где $\bar{v}_a^{(m)}$ – абсолютная скорость тележки, $\bar{\omega}$ и \bar{L} – соответственно вектор угловой скорости вращения подвижной системы координат $O'x'y'z'$ и радиус-вектор груза как материальной точки в этой системе координат; $\bar{v}_r = \dot{x}'\bar{i}' + \dot{y}'\bar{j}' + \dot{z}'\bar{k}'$.

Выражение кинетической энергии T механической системы в ее абсолютном движении имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, 2, 3, 4,$$

составлены нелинейные дифференциальные уравнения движения механической системы:

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{\phi} + a_{12}\ddot{y} + a_{13}\ddot{\psi} + a_{14}\ddot{\theta} &= b_1, \\ a_{21}\ddot{\phi} + a_{22}\ddot{y} + a_{23}\ddot{\psi} + a_{24}\ddot{\theta} &= b_2, \\ a_{31}\ddot{\phi} + a_{32}\ddot{y} + a_{33}\ddot{\psi} + a_{34}\ddot{\theta} &= b_3, \\ a_{41}\ddot{\phi} + a_{42}\ddot{y} + a_{43}\ddot{\psi} + a_{44}\ddot{\theta} &= b_4, \end{aligned}$$

где

$$a_{11} = J_{z_1} + My^2 + M_{ep}L^2 \sin^2 \theta + 2M_{ep}Ly \sin \theta \cos \psi;$$

$$a_{12} = M_{ep}L \sin \theta \sin \psi;$$

$$a_{13} = -M_{ep}Ly \sin \theta \cos \psi - M_{ep}L^2 \sin^2 \theta;$$

$$a_{14} = -M_{ep}Ly \cos \theta \sin \psi;$$

$$b_1 = M_{\partial\delta}(\dot{\phi}) - M_{mp} - 2My\dot{\phi} - M_{ep}L^2(\dot{\phi} - \dot{\psi})\dot{\theta} \sin 2\theta + 2M_{ep}L\dot{\phi}[y(\dot{\psi} \sin \theta \sin \psi - \dot{\theta} \cos \theta \cos \psi) - \dot{y} \sin \theta \cos \psi] - M_{ep}Ly[(\dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) \sin \theta \sin \psi - 2\dot{\psi}\dot{\theta} \cos \theta \cos \psi];$$

$$a_{21} = M_{ep}L \sin \theta \sin \psi;$$

$$a_{22} = M + M_{np};$$

$$a_{23} = -M_{ep}L \sin \theta \sin \psi;$$

$$a_{24} = M_{ep}L \cos \theta \cos \psi;$$

$$b_2 = F_{\partial\delta}(\dot{y}) - F_c + My\dot{\phi}^2 + M_{ep}L(\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2 + \dot{\theta}^2) \sin \theta \cos \psi - 2M_{ep}L\dot{\phi}(\dot{\psi} \sin \theta \cos \psi + \dot{\theta} \cos \theta \sin \psi) + 2M_{ep}L\dot{\psi}\dot{\theta} \cos \theta \sin \psi;$$

$$a_{31} = -M_{ep}L^2 \sin^2 \theta - M_{ep}Ly \sin \theta \cos \psi;$$

$$a_{32} = -M_{ep}L \sin \theta \sin \psi;$$

$$a_{33} = M_{ep}L^2 \sin^2 \theta;$$

$$a_{34} = 0;$$

$$b_3 = -M_{ep}Ly\dot{\phi}^2 \sin \theta \sin \psi + 2M_{ep}Ly\dot{\phi} \sin \theta \cos \psi + M_{ep}L^2(\dot{\phi} - \dot{\psi})\dot{\theta} \sin 2\theta;$$

$$a_{41} = -M_{ep}Ly \cos \theta \sin \psi;$$

$$a_{42} = M_{ep}L \cos \theta \cos \psi;$$

$$a_{43} = 0;$$

$$a_{44} = M_{ep}L^2;$$

$$b_4 = -M_{ep}gL \sin \theta + M_{ep}L^2(\dot{\phi}^2 + \dot{\psi}^2 - 2\dot{\phi}\dot{\psi}) \sin \theta \cos \theta + M_{ep}Ly\dot{\phi}^2 \cos \theta \cos \psi + 2M_{ep}Ly\dot{\phi} \cos \theta \sin \psi.$$

Дифференциальные уравнения численно проинтегрированы в среде MathCad методом RADAU5 [3] при следующих начальных условиях:

$$\begin{aligned} \varphi_0 = 0, \quad \dot{\varphi}_0 = 0, \quad y_0 = 0,85 \quad \text{м,} \\ \dot{y}_0 = 0, \quad \psi_0 = 0, \quad \dot{\psi}_0 = 0, \\ \theta_0 = 0,0001 \text{ рад,} \quad \dot{\theta}_0 = 0. \end{aligned}$$

Метод RADAU5, основанный на методе Рунге-Кутты пятого порядка точности, является одним из наиболее пер-

спективных методов численного интегрирования.

В расчете была использована билинейная аппроксимация функций $M_{\partial\delta}(\omega)$ и $M_{\partial\delta}(\omega)$ с учетом паспортных данных двигателей по соотношениям пускового $M_{пуск}$, максимального M_{max} и номинального $M_{ном}$ моментов (рис. 2).

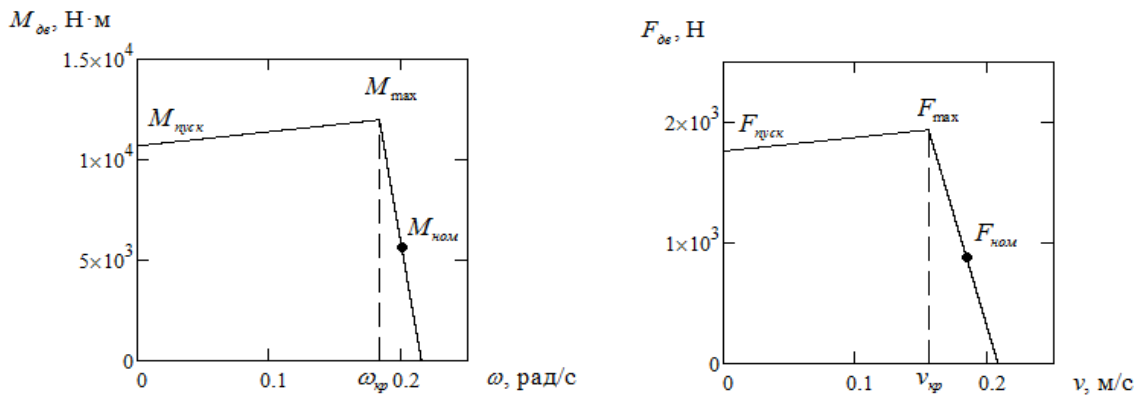


Рис. 2. Графики функций $M_{дв}(\omega)$ и $F_{дв}(v)$

Участки билинейных функций описываются следующими выражениями:

– при $0 \leq \omega \leq \omega_{кр}$

$$M_{дв}(\omega) = (10,69 + 7,05\omega) \text{ кН}\cdot\text{м};$$

– при $\omega_{кр} \leq \omega \leq \omega_c$

$$M_{дв}(\omega) = (80,95 - 376,52\omega) \text{ кН}\cdot\text{м},$$

где $\omega_{кр} = 0,183$ рад/с – значение угловой скорости ω , рад/с вращения крана при максимальной (критической) величине M_{max} движущего момента; $\omega_c = 0,215$ рад/с – угловая скорость вращения крана, соответствующая синхронной частоте вращения двигателя;

– при $0 \leq v \leq v_{кр}$

$$F_{дв}(v) = (1,76 + 1,14v) \text{ кН};$$

– при $v_{кр} \leq v \leq v_c$

$$F_{дв}(v) = (7,66 - 36,87v) \text{ кН},$$

где $v_{кр} = 0,155$ м/с – значение скорости тележки при максимальной (критической) величине F_{max} движущей силы; $v_c = 0,208$ м/с – скорость тележки, соответствующая синхронной частоте вращения двигателя тележки.

На рис. 3 для сравнения приведены графики зависимостей угловой скорости ω крана и скорости v тележки от времени t при учете колебаний груза (кривые 1) и без их учета (кривые 2). В последнем случае рассматривалась динамическая модель механической системы с двумя степенями свободы, которым соответствуют обобщенные координаты $q_1 = \varphi$ и $q_2 = y$.

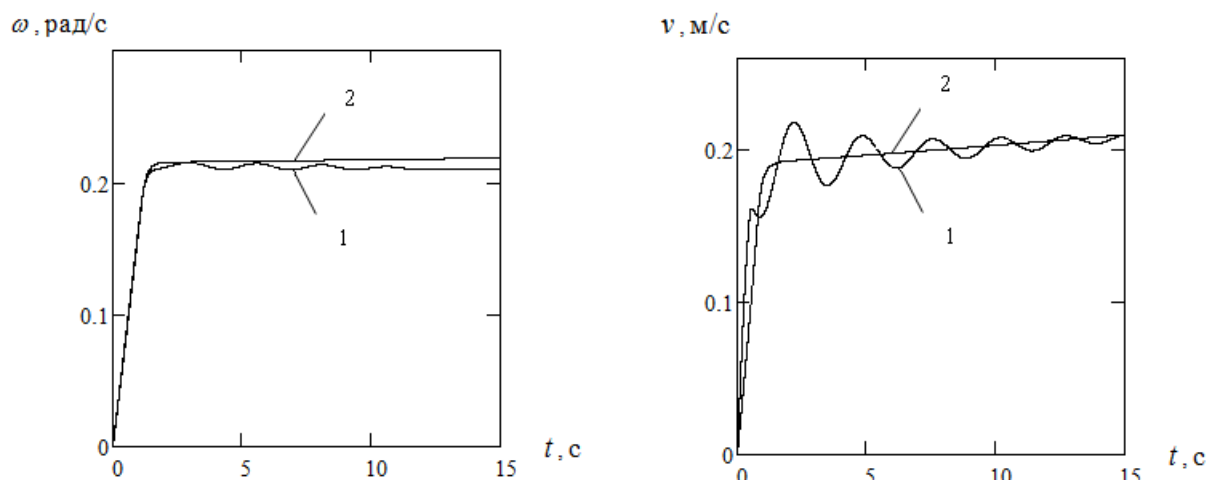


Рис. 3. Графики зависимостей угловой скорости ω крана и скорости v тележки от времени t

Критерием безопасности движения крановой тележки может служить коэффициент запаса сцепления $k_{сц}$ ее ходовых колес с рельсом. Для случая движения тележки с грузом

$$k_{сц} = \frac{N\varphi}{F_c + G \left(\frac{a_{\max} - n_k - n_x f d}{g n_k D_{x.k}} \right)} \geq 1,2,$$

где $G = Mg$ – вес тележки с грузом; $N = 0,5G$ – сила давления ведущих ходовых колес на рельс; F_c – сила сопротивления передвижению тележки; a_{\max} – максимальное ускорение тележки при движении вдоль стрелы крана; $n_k = 4$, $n_x = 2$ – соответственно общее число колес и число холостых колес; $D_{x.k} = 0,25$ м – диаметр ходового колеса; $d = 0,07$ м – диаметр цапфы вала ходового колеса; $f = 0,015$ – коэффициент трения в подшипниках ходовых колес; $\varphi = 0,20$ – коэффициент сцепления ходового колеса с рельсом [2].

Колебания груза приводят к увеличению максимального ускорения a_{\max} тележки от 0,18 до 0,39 м/с², что уменьшает коэффициент запаса сцепления ходового колеса тележки с рельсом до значения $k_{сц} = 1,85$ (при допускаемом коэффициенте сцепления $[k_{сц}] = 1,2$). При этом для случая движения тележки без груза $k_{сц} = 1,31$. Таким образом, заданный запас сцепления $k_{сц}$ колеса тележки с рельсом обеспечен.

Для предотвращения чрезмерного раскачивания груза и перегрева двигателя время его разгона должно быть больше минимально допустимого $[t_p] = 1$ с, а максимально допустимое время разгона не должно превышать 10 – 12 секунд [4]. Из графика (рис. 3) следует, что в процессе разгона крана отмечаются незначительные затухающие колебания величины угловой скорости ω около значения $\omega_{уст} = 0,21$ рад/с, характеризующего ус-

тановившийся режим вращения крана и практически равного номинальному значению $\omega_{ном} = 0,2$ рад/с. Время разгона крана, соответствующее угловой скорости $\omega = 0,95\omega_{уст}$, составляет $t_{рк} = 1,3$ с.

Разгон тележки с номинальным грузом вдоль стрелы крана является затухающим колебательным процессом (рис. 3). В установившемся режиме, в котором можно пренебречь колебаниями, скорость тележки $v_{уст} \approx 0,2$ м/с. Время разгона тележки, соответствующее скорости $v = 0,95v_{уст}$, равно $t_{pm} \approx 5,7$ с. При этом на первом этапе скорость v тележки монотонно возрастает до значения $v = 0,16$ м/с за промежуток времени $t = 0,6$ с. Разгон тележки без груза происходит за ≈ 1 с. Таким образом, перегрев двигателей крана и тележки исключен.

Угловая скорость крана и скорость тележки в установившемся режиме с достаточной степенью точности равны номинальным значениям:

$$\omega_{уст} \approx \omega_{ном} = 0,2 \text{ рад/с} \quad \text{и}$$

$v_{уст} \approx v_{ном} = 0,18$ м/с (погрешность составляет соответственно 5,0 и 11,1%).

Груз номинальной массы $M_{зр} = 3$ т, подвешенный на канате длины $L = 1,5$ м, представляет собой сферический маятник. В относительном движении при принятых начальных условиях груз совершает малые затухающие колебания, при этом его максимальные отклонения от положения статического равновесия не превышают 0,07 м, т.е. чрезмерное раскачивание груза исключено (рис. 4).

Характер и интенсивность колебаний груза существенно зависят от его параметров, в частности от массы и начальных условий. Так, при $M_{зр} = 2$ т и $\theta_0 = 0,35$ рад колебания груза являются затухающими, максимальные отклонения r_{\max} от положения статического рав-

новесия достигают 0,51 м. С уменьшением массы гашение колебаний происходит менее интенсивно. Практически незатухающие колебания совершает, например,

груз массы $M_{zp} = 0,1$ т при $\theta_0 = 0,35$ рад, в этом случае максимальное отклонение $r_{\max} = 0,53$ м (рис. 5, 6).

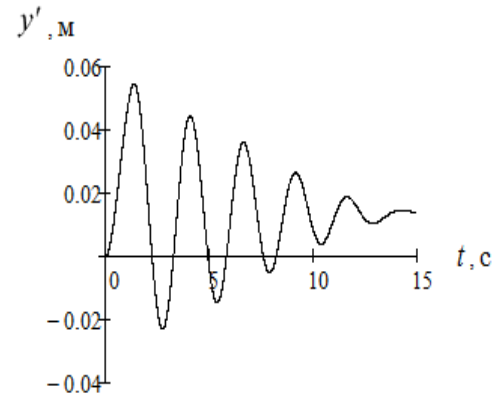
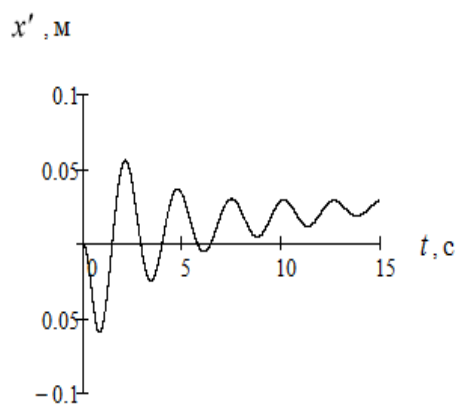


Рис. 4. Графики зависимостей координат x' и y' относительных колебаний груза от времени t

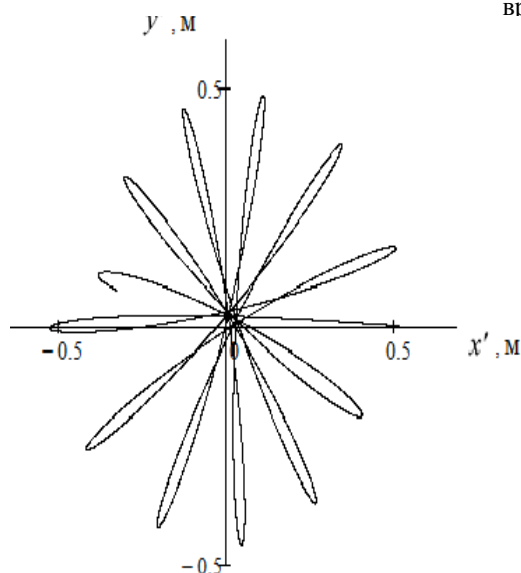


Рис. 5. Проекция относительной траектории груза на плоскость $O'x'y'$, жестко связанную

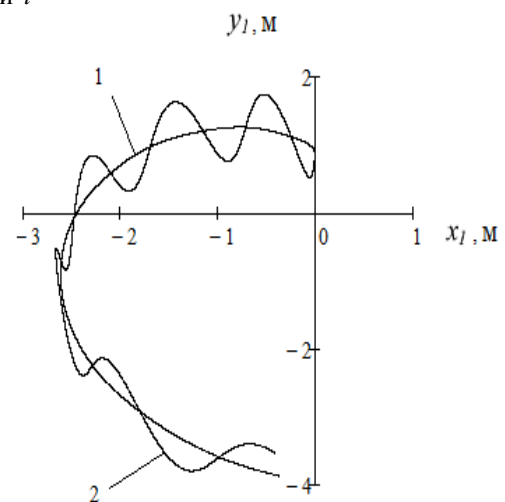


Рис. 6. Абсолютная траектория тележки (кривая 1) и проекция абсолютной траектории груза на плоскость $O_1x_1y_1$ (кривая 2)

Разработанный алгоритм и программа численного анализа динамики консольного поворотного крана позволяют на этапе аналитического проектирования провести проверку соответствия при-

водных электродвигателей требуемым критериям качества, а также ввести обоснованные ограничения на основные параметры, влияющие на движение тележки с грузом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ермоленко, В.А. Расчет механизма поворота крана на колонне: метод. указания / В.А. Ер-

моленко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 32 с.

2. Руденко, Н.Ф. Курсовое проектирование грузоподъемных машин / Н.Ф. Руденко, М.П. Александров, А.Г. Лысяков. – М.: Машиностроение, 1971. – 464 с.
 3. Плис, А.И. MATHCAD 2000. Математический практикум для экономистов и инженеров: учеб. пособие/А.И. Плис, Н.А. Сливина.– М.: Финансы и статистика, 2000. – 656 с.
 4. Мусин, А.М. Аварийные режимы асинхронных электродвигателей и способы их защиты / А.М. Мусин. – М.: Колос, 1979.– 111 с.
1. Yermolenko, V.A. *Computation of Crane Turn Mechanism on Column: Method. Instructions* / V.A. Yermolenko. – М.: Publishing House of Bauman STU of Moscow, 2003. – pp. 32.
 2. Rudenko, N.F. *Hoisting Machine Course Design* / N.F. Rudenko, M.P. Alexandrov, A.G. Lysyakov. – М.: Mechanical Engineering, 1971. – pp. 464.
 3. Plis, A.I. MATHCAD 2000. Practical mathematical work for economists and engineers: manual / A.I. Plis, N.A. Slivina. – М.: *Finances and Statistics*, 2000. – pp. 656.
 4. Musin, A.M. *Asynchronous Electro-Motor Malfunctions and Protection Methods* / A.M. Musin. – М.: Kolos, 1979. – pp. 111.

Статья поступила в редколлегию 15.06.17.

*Рецензент: к.т.н., доцент Брянского государственного технического университета
Жиров П.Д.*

Сведения об авторах:

Селенская Татьяна Васильевна, к.т.н., доцент кафедры «Механика, динамика и прочность машин» Брянского государственного технического университета, e-mail: tvselenskaya@mail.ru.

Selenskaya Tatyana Vasilievna, Can. Eng., Assistant Prof. of the Dep. “Mechanics, Dynamics and Machine Strength”, Bryansk State Technical University, e-mail: tvselenskaya@mail.ru.

Селенский Евгений Игоревич, к.т.н., доцент Брянского государственного технического университета, тел.: 8-915-807-19-73.

Ястребов Дмитрий Максимович, студент Брянского государственного технического университета, e-mail: revil2014@yandex.ru.

Selensky Yevgeny Igorevich, Can. Eng., Assistant Prof. of Bryansk State Technical University, Phone: 8-915-807-19-73.

Yastrebov Dmitry Maximovich, Student of Bryansk State Technical University, e-mail: revil2014@yandex.ru.